

Демонстрационный вариант  
Переводная контрольная работа по МАТЕМАТИКЕ  
10 класс  
2020-2021 учебный год  
ВАРИАНТ ДЕМОВЕРСИЯ  
(профильный уровень)

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: \_\_\_\_\_ -0,8 \_\_\_\_\_ .

- 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

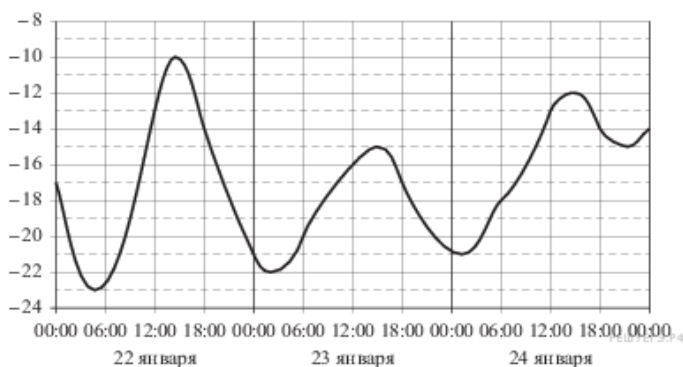
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

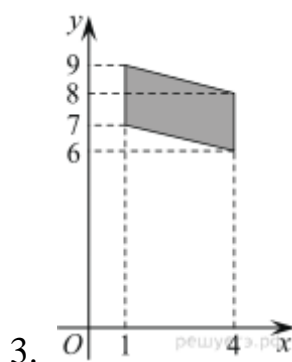
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

1. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 2%. Книга стоит 250 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?
2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1; 7), (4; 6), (4; 8), (1; 9).



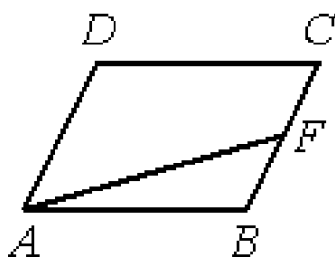
4. В классе 16 учащихся, среди них два друга – Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.
5. Найдите корень уравнения:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+6} = 16^x \quad \text{или} \quad \log_2(-3x+13) = 8 \quad \text{или} \quad 2^{\log_4(2x+2)} = 4$$

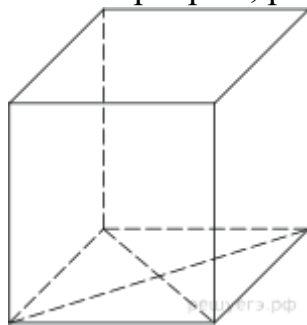
6. В треугольнике ABC  $AC=BC$ , высота CH равна 9,6,  $\cos A = \frac{7}{25}$ . Найдите AC.

*Или*

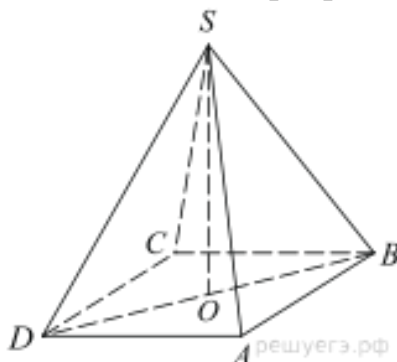
Площадь параллелограмма ABCD равна 20. Точка F – середина стороны BC. Найдите площадь трапеции AFCD.



7. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



8. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  точка O – центр основания, S – вершина,  $SO = 15$ ,  $BD = 16$ . Найдите боковое ребро SA.



9. Найдите значение выражения:

$$\frac{(4^7 \cdot 11^3)^{21}}{44^{12}} \quad \text{или} \quad \frac{\sqrt[28]{3} \cdot 3 \cdot \sqrt[21]{3}}{\sqrt[12]{3}} \quad \text{или} \quad \frac{\log_2 4}{\log_2 14} + \log_{14} 3,5 \quad \text{или} \quad -42 \operatorname{tg} 34^\circ \operatorname{tg} 56^\circ + 6$$

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 20$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах

*Или*

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 22$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,7$  – постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

11. Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

*или*

Заказ на 260 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 7 деталей больше?

12. Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$ .

*Или*

Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$ .

*Или*

Найдите наибольшее значение функции  $y = 3^{-7-6x-x^2}$ .

Или

Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-6 + 12x - x^2}$ .



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

13.а) Решите уравнение:  $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ .

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку  $[2; \sqrt{10}]$ .

или

а) Решите уравнение

$$1 + \log_3(10x^2 + 1) = \log_{\sqrt{3}}\sqrt{3x^4 + 30};$$

б) Найдите все корни этого уравнения,

принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{11}{4}; \frac{2}{3}\right]$ .

Или

а) Решите уравнение  $3\cos 2x - 5\sin x + 1 = 0$ ;

б) Найдите все корни этого уравнения,

принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 2, а высота призмы равна 1. Точка  $E$  лежит на диагонали  $BD_1$ , причём  $BE = 1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью  $A_1 C_1 E$ .

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

или

Дана четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с прямоугольником  $ABCD$  в основании. Сторона  $AB$  равна 4, а  $BC$  равна  $4\sqrt{2}$ . Вершина пирамиды  $S$  проецируется в точку пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершины  $A$  и  $C$  на ребро  $SB$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $CQ$ .

а) Докажите, что точка  $P$  является серединой отрезка  $BQ$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $SBA$  и  $SBC$ , если ребро  $SD$  равно 8.

15. Решите неравенство  $125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4$

Или

$$9\log_{12}(x^2 - 3x - 4) \leq 10 + \log_{12} \frac{(x+1)^9}{x-4}$$

16. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  известны стороны

$AC = 12$ ,  $BC = 5$ . Окружность радиуса  $\frac{1}{2}$  с центром  $O$  на стороне  $BC$  проходит через вершину  $C$ . Вторая окружность касается катета  $AC$ , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем  $\frac{1}{5}$  длины катета  $AC$ .
- б) Найдите радиус второй окружности.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a - x^2 - 3x}{x + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19. По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы два мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет. У любых двух мальчиков одинаковое число конфет, а у любых двух девочек — разное. По команде каждый отдал соседу справа четверть своих конфет. После этого у любых двух девочек оказалось одинаковое число конфет, а у любых двух мальчиков — разное. Известно, что каждый из детей отдал натуральное число конфет.

- а) Может ли мальчиков быть ровно столько же, сколько девочек?
- б) Может ли мальчиков быть больше, чем девочек?
- в) Пусть девочек вдвое больше, чем мальчиков. Может ли у всех детей суммарно быть 328 конфет?

